# យុវនិស្សិត ថា ចន្ទ (អតីតសិស្សវិទ្យាល័យព្រះអង្គឌួង ២០១៤)

Language: **Khmer**

Day: **1**

ថ្ងៃពុធ ទី៧ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០

**លំហាត់ ១.** ចូរកំនត់គ្រប់អនុគមន៍ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ដែលសមភាព $f(\lfloor x\rfloor y)=f(x)\lfloor f(y)\rfloor$ ផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់តំលៃ $x, y\in\mathbb{R}$ ។
( $\lfloor z\rfloor$ ជាអនុគមន៍មានតំលៃជាចំនួនគត់ ឬផ្នែកគត់ ធំបំផុតដែលតូចជាងឬស្មើចំនួនពិត $z$ )

**លំហាត់ ២.** គេអោយ $I$ ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោន $ABC$ ហើយ $\Gamma$ ជារង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោននេះ ។ បន្ទាត់ $AI$ កាត់រង្វង់ $\Gamma$ ម្តងទៀតត្រង់ $D$ ។ $E$ ជាចំនុចមួយនៅលើធ្នូ $BDC$ ហើយ $F$ ជាចំនុចមួយនៅលើជ្រុង $BC$ ដែល $\angle BAF=\angle CAE<\frac{1}{2}\angle BAC$ ។ ហើយ $G$ ជាចំនុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $IF$ ។ បង្ហាញថា បន្ទាត់ $DG$ និងបន្ទាត់ $EI$ ប្រសព្វគ្នានៅលើរង្វង់ $\Gamma$ ។

**លំហាត់ ៣.** គេអោយ $\mathbb{N}$ ជាសំនុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានធំជាងសូន្យ ។ ចូរកំណត់គ្រប់អនុគមន៍ $g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ ដែលធ្វើអោយ $(g(m)+n)(m+g(n))$ ជាការេប្រាកដ ចំពោះគ្រប់ $m,n\in\mathbb{N}$ ។



រយៈពេល: ៤ម៉ោង និង ៣០ នាទី

លំហាត់នីមួយៗមានតំលៃ ៧ពិន្ទុ

Language: **Khmer**

Day: **2**

ថ្ងៃព្រហស្បតិ ទី៨ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០

**លំហាត់ ៤.** តេអោយ $P$ ជាចំនុចមួយក្នុងត្រីកោន $ABC$ ។ បន្ទាត់ $AP, BP$ និង $CP$ កាត់រង្វង់ $\Gamma$ ដែលចារឹកក្រៅត្រីកោន $ABC$ ម្តងទៀតត្រង់ $K, L$ និង $M$ រៀងគ្នា។ បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $\Gamma$ ត្រង់ $C$ កាត់បន្ទាត់ $AB$ ត្រង់ $S$ ។ ឧបមាថា $SC = SP$ ។ បង្ហាញថា $MK = ML$ ។

**លំហាត់ ៥.** ដំបូងមានកាក់មួយក្នុងប្រអប់នីមួយៗនៃប្រអប់ទាំងប្រាំមួយ $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ ។ គេអនុញ្ញាតអោយប្រើប្រតិបត្តិការ ពីរប្រភេទដូចខាងក្រោម:

*ប្រភេទទី ១:* រើសយកប្រអប់មិនទទេ $B_j$ មួយ ដែល $1 \le j \le 5$ ។ យកកាក់មួយចេញពី $B_j$ ហើយដាក់កាក់ពីរចូល $B_{j+1}$ ។

*ប្រភេទទី ២:* រើសយកប្រអប់មិនទទេ $B_k$ មួយ ដែល $1 \le k \le 4$ ។ យកកាក់មួយចេញពី $B_k$ ហើយផ្លាស់ប្តូរគ្នានូវកាក់ទាំងអស់ដែលមានក្នុងប្រអប់ $B_{k+1}$ និង $B_{k+2}$ (ទោះបីប្រអប់ទាំងពីរនេះគ្មានកាក់ក៏ដោយ) ។

ចូរអ្នកសិក្សា ថាតើអាចមានប្រតិបត្តិការបន្តបន្ទាប់គ្នាដែលត្រូវធ្វើរហូតដល់ប្រអប់ $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$ ទៅជាទទេទាំងអស់ ហើយប្រអប់ $B_6$ មានកាក់ចំនួន $2010^{2010^{2010}}$ ។ (កត់សំគាល់ថា $a^{b^c} = a^{(b^c)}$) ។

**លំហាត់ ៦.** គេអោយ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។ ឧបមាថាចំពោះចំនួនគត់វិជ្ជមាន $s$ ណាមួយ, គេបាន $a_n = \max\{a_k + a_{n-k} / 1 \le k \le n-1\}$ ចំពោះគ្រប់ $n > s$ ។ បង្ហាញថា មានចំនួយគត់វិជ្ជមាន $l$ និង $N$ ដែល $l \le s$ នោះ $a_n = a_l + a_{n-l}$ គ្រប់ $n \ge N$ ។

Language: Khmer

រយៈពេល: ៤ម៉ោង និង ៣០ នាទី

លំហាត់នីមួយៗមានតំលៃ ៧ពិន្ទុ

SỞ GD & ĐT
THANH HOÁ

**Đề chính thức**

**KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
**CHUYÊN LAM SƠN**
**NĂM HỌC: 2003-2004**
**THI MÔN TOÁN**
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 27 tháng 6 năm 2003

Bài 1. (2 điểm)



Cho $A = \dfrac{x^2 + x\sqrt{x} - x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$

a, Hãy rút gọn biểu thức A

b, Tìm x thoả mãn $|A| = |x - 2| + 1$.

Bài 2. (2 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 4(m - 1)x + 4m - 5 = 0$. (1)

a, Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2m$.

b, Tìm m để $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn O và đường kính DE vuông góc với BC. Gọi $D_1E_1$ và $D_2E_2$ là hình chiếu vuông góc của DE trên AB và AC.

1. Chứng minh $BE_1 = E_2C = AD_1$; $D_1E_1 = AC$ và $D_2E_2 = AB$.
2. Các tứ giác $AD_1DD_2$ ; $AE_1EE_2$ nội tiếp trong một đường tròn và $D1D_2$ vuông góc với $E_1E_2$.

(TMO, 2012) គេឱ្យ $a_1, a_2, \ldots, a_{2012}$ ចំនួនគត់ខុសគ្នាទាំងអស់។

បង្ហាញថាសមីការ $(x - a_1)(x - a_2) \ldots (x - a_{2012}) = (1006!)^2$

មានឫសជាចំនួនគត់យ៉ាងច្រើនតែមួយប៉ុណ្ណោះ។

THE EIGHTH THAILAND MATHEMATICAL OLYMPIAD
8th TMO

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a និង b បង្ហាញថា

$$\sqrt{ab} \le \frac{1}{3}\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} + \frac{2}{3}\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$$ ។

(Tuymaada 2013, Day 1, Problem 3 Juniors)